



TUGAS AKHIR - SM 091332

KAJIAN PERBANDINGAN KINERJA GRAFIK PENGENDALI CUSUM DAN EWMA DALAM MENDETEKSI PERGESERAN RATA-RATA PROSES

**NURUL HIDAYAH
NRP 1206 100 057**

**Dosen Pembimbing
Dra. Laksmi Prita W, M.Si**

**JURUSAN MATEMATIKA
Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2010**



FINAL PROJECT - SM 091332

***COMPARATIVE STUDY OF THE CUSUM AND EWMA
CONTROL CHARTS PERFORMANCE IN DETECTING
CHANGES IN THE PROCESS AVERAGE***

NURUL HIDAYAH
NRP 1206 100 057

Supervisor
Dra. Laksmi Prita W, M.Si

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics and Natural Science
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2010

KAJIAN PERBANDINGAN KINERJA GRAFIK PENGENDALI CUSUM DAN EWMA DALAM MENDETEKSI PERGESERAN RATA-RATA PROSES

Nama Mahasiswa	: Nurul Hidayah
NRP	: 1206 100 057
Jurusan	: Matematika FMIPA-ITS
Dosen Pembimbing	: Dra. Laksmi Prita, M.Si

Abstrak

Grafik pengendali ialah sebuah grafik yang digunakan untuk mengendalikan proses secara statistik dan sebagai alat untuk mempertimbangkan apakah proses terkendali secara statistik atau tidak. Grafik pengendali Shewhart hanya menggunakan informasi titik diplot terakhir dan mengabaikan informasi yang diberikan oleh seluruh barisan titik. Hal ini membuat grafik Shewhart relatif tidak sensitif terhadap pergeseran rata-rata proses yang kecil, yaitu kurang dari $1,5\sigma$. Grafik pengendali Cusum dan EWMA merupakan salah satu grafik pengendali yang diusulkan sebagai alternatif terhadap grafik pengendali Shewhart.

Tugas Akhir ini mengkaji perbandingan kinerja grafik Cusum dan EWMA dalam mendeteksi pergeseran rata-rata proses yang kecil. Dimulai dari data suatu proses produksi, kemudian beberapa seri disimulasikan. Grafik pengendali Cusum dan EWMA dibentuk untuk mendapatkan nilai ARL dari setiap grafik, kemudian dilakukan perbandingan terhadap nilai ARL tersebut. ARL merupakan ekspektasi jumlah sampel yang dibutuhkan suatu proses hingga tanda pergeseran rata-rata (out of control) pertama terdeteksi.

Dari kajian dan analisa yang telah dilakukan, teramati bahwa grafik pengendali Cusum tidak dapat mendeteksi pergeseran rata-rata pada tingkat variasi kurang dari 1σ . Pada tingkat variasi ini, grafik pengendali EWMA lebih efisien

daripada grafik pengendali Cusum. Diantara beberapa parameter grafik pengendali EWMA, $\lambda = 0,10$; $L = 2,814$ dan $\lambda = 0,05$; $L = 2,615$ merupakan parameter yang dapat memberikan kinerja terbaik pada grafik EWMA karena lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran rata-rata.

Kata kunci: *Cumulative sum, Exponentially weighted moving average, Average run length*

COMPARATIVE STUDY OF THE CUSUM AND EWMA CONTROL CHARTS PERFORMANCE IN DETECTING CHANGES IN THE PROCESS AVERAGE

Name of Student : Nurul Hidayah
ID Number : 1206 100 057
Department of : Mathematics
Supervisor : Dra. Laksmi Prita W, M.Si

Abstract :

Control charts are used to control the process statistically and as the instruments that considered which the process is in control statistically or not. Shewhart control charts use only the information enclosed in the last plotted point and they ignore information given by the sequence of all points. This feature makes Shewhart control charts relatively insensitive to small changes in the process, in the order of $1,5\sigma$. Cusum and EWMA control charts are ones of the control charts were recommended as the alternative of Shewhart control charts.

This research presents a comparative study of the Cusum and EWMA control charts performance in detecting small changes in the process average. Starting from the data of a productive process, several series were simulated. Cusum and EWMA control charts were used to determine the average run length (ARL). ARL found by each chart which was then, compared. ARL is expected number of samples are necessary in the process until appearing the first out of control point.

From the study and analyzed, it was observed that the Cusum control chart practically did not detect shift of the mean for the levels of variation less than 1σ . For these

variation levels, the EWMA control charts was more efficient than Cusum control charts. Among the parameters EWMA control charts, $\lambda = 0,10; L = 2,814$ and $\lambda = 0,05; L = 2,615$ were the ones that did a better job since more sensitive in detecting shift of the mean

Keywords: Cumulative sum, Exponentially weighted moving average, Average run length

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1	Data Tingkat Keputihan Kertas HVS 50gsm.. 69
Lampiran 2	Seri Data Acak Terkendali untuk Pergeseran Rata-rata $+1,5\sigma$ sampai $-1,5\sigma$ 70
Lampiran 3	Rangkaian Data Perubahan untuk Pergeseran Rata-rata $+1,5\sigma$ sampai $-1,5\sigma$ 88
Lampiran 4	Grafik Pengendali Cusum dan EWMA untuk Pergeseran $+1,375\sigma$ sampai $-1,5\sigma$ 90

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Grafik Pengendali *Cumulative Sum* (Cusum)

Grafik pengendali Cusum telah diusulkan sebagai alternatif terhadap grafik pengendali Shewhart. Grafik ini menghimpun semua informasi dalam barisan nilai-nilai sampel dengan menampilkan jumlah kumulatif deviasi nilai rata-rata sampel atas nilai rata-rata proses. Sebagai contoh, misalkan sampel berukuran $n = m$, $m \geq 1$ dikumpulkan.

j	$n = m$	\bar{X}_j
1	$X_{11}, X_{12}, X_{13}, \dots, X_{1m}$	\bar{X}_1
2	$X_{21}, X_{22}, X_{23}, \dots, X_{2m}$	\bar{X}_2
3	$X_{31}, X_{32}, X_{33}, \dots, X_{3m}$	\bar{X}_3
\vdots	\vdots	\vdots
N	$X_{N1}, X_{N2}, X_{N3}, \dots, X_{Nm}$	\bar{X}_N

j ialah banyaknya sampel, $j = 1, 2, 3, \dots, N$, \bar{X}_j ialah rata-rata sampel ke- j , $\bar{X}_j = \sum_{t=1}^m \frac{X_{jt}}{m}$, dan μ_0 ialah nilai rata-rata proses, maka sesuai dengan [7] jumlah kumulatif pada sampel ke- i , C_i , dinyatakan dalam rumus sebagai berikut.

$$C_i = \sum_{j=1}^i (\bar{X}_j - \mu_0) \quad (2.1)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N$$

Grafik Cusum lebih efektif daripada grafik Shewhart dalam mendeteksi pergeseran rata-rata proses yang kecil karena C_i menggabungkan informasi dari beberapa sampel. Selain itu, kinerja grafik Cusum lebih efektif dengan ukuran sampel $n = 1$. [4]

Apabila proses dalam keadaan terkendali pada nilai rata-rata proses μ_0 , maka jumlahan kumulatif yang didefinisikan dalam persamaan (2.1) haruslah berubah-ubah secara acak disekitar nol. Tetapi jika rata-rata bergeser ke atas, misalnya ke nilai $\mu_1 > \mu_0$, maka penyimpangan ke atas atau positif akan terjadi dalam jumlah kumulatif C_i . Sebaliknya jika rata-rata bergeser ke bawah, ke nilai $\mu_2 < \mu_0$, maka penyimpangan ke bawah atau negatif akan terjadi dalam C_i . Dengan demikian, jika dalam titik-titik yang tergambar terjadi kecenderungan ke atas atau ke bawah, hal ini dipandang sebagai fakta bahwa rata-rata proses telah bergeser, dan harus dilakukan pencarian terhadap suatu sebab terduga.

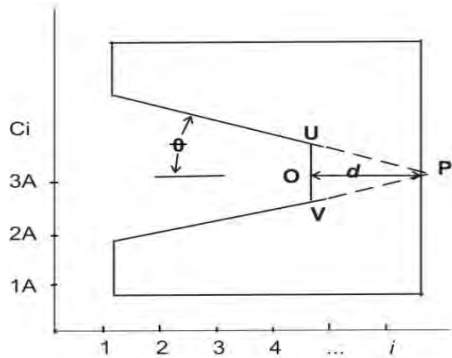
Jika $\Delta\mu$ ialah perubahan rata-rata akibat pergeseran atas nilai target dan $\sigma_{\bar{x}}$ ialah standar deviasi \bar{X} , maka besar pergeseran rata-rata proses dalam unit standar deviasi, δ , dinyatakan dalam rumus sebagai berikut.

$$\delta = \frac{\Delta\mu}{\sigma_{\bar{x}}} \quad (2.2)$$

Sebuah prosedur keputusan formal yang diusulkan oleh Barnard (1959) untuk menentukan apakah proses terkendali atau tidak ialah dengan menggunakan prosedur V-mask.

Suatu jenis V-mask ditunjukkan pada Gambar 2.1. V-mask diposisikan sedemikian hingga titik P bersamaan dengan nilai yang diplot dari jumlahan kumulatif dan garis OP yang sejajar sumbu mendatar (horizontal). Jika semua jumlah kumulatif sebelumnya $C_1, C_2, C_3, \dots, C_i$ terletak diantara dua lengan V-mask,

proses dalam keadaan terkendali. Tetapi jika sesuatu C_i terletak diluar lengan V-mask, maka proses dianggap tidak terkendali.



Gambar 2.1 V-mask pada grafik pengendali Cusum

Penampilan grafik pengendali Cusum ditentukan oleh dua parameter V-mask yaitu jarak d dan sudut θ . Kedua parameter ini, ditentukan berdasarkan pada tingkat resiko yang ingin ditoleransi. Resiko ialah kesalahan tipe I dan tipe II. Peluang atas kesalahan tipe I ialah α , yaitu resiko kesalahan penyimpulan bahwa pergeseran rata-rata telah terjadi (tanda bahaya palsu) sehingga proses dianggap tidak terkendali adapun proses tersebut terkendali. Peluang atas kesalahan tipe II ialah β , yaitu resiko kegagalan mendeteksi pergeseran rata-rata dalam proses sehingga proses dianggap terkendali, adapun proses tersebut tidak terkendali. A ialah faktor skala yang menghubungkan unit skala tegak dan unit skala mendatar. Sesuai [4] bahwa nilai A terletak diantara $\sigma_{\bar{X}}$ dan $2\sigma_{\bar{X}}$, dengan nilai yang sering digunakan ialah $2\sigma_{\bar{X}}$.

Menurut Johnsons (1961) parameter jarak d dan sudut θ ini dinyatakan dalam rumus sebagai berikut.

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{d}{2A} \right) \quad (2.3)$$

$$d = \left(\frac{2}{\delta^2}\right) \ln\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right) \quad (2.4)$$

dengan 2α ialah peluang terbesar terjadinya tanda pergeseran rata-rata ketika proses terkendali (*false alarm*) dan β ialah peluang gagal mendeteksi pergeseran rata-rata. Jika β kecil, maka persamaan (2.4) menjadi

$$d = -\frac{2}{\delta^2} \ln(\alpha) \quad (2.5)$$

Sesuai [6] yang menunjukkan bahwa pendefinisian 2α sebagai peluang terjadinya *false alarm* ialah salah. Pada dasarnya, 2α tidak bisa menjadi peluang terjadinya *false alarm* pada sampel tunggal, karena besarnya peluang ini berubah dari waktu ke waktu. Sebenarnya, 2α ialah ukuran jangka panjang pengamatan untuk menghasilkan *false alarm*. Jika demikian, maka ARL_0 , yaitu ekspektasi jumlah sampel yang diambil sebelum muncul tanda *out of control* ketika proses terkendali dinyatakan sebagai berikut.

$$ARL_0 = \frac{1}{2\alpha} \quad (2.6)$$

2.2 Grafik Pengendali Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)

Grafik pengendali EWMA juga merupakan alternatif terhadap grafik pengendali Shewhart dalam mendeteksi pergeseran rata-rata proses yang kecil. Sebagaimana grafik Cusum, secara khusus grafik EWMA digunakan pada pengamatan secara individu, yaitu ukuran sampel $n = 1$. [6]

Diasumsikan pengamatan dari proses pada variabel $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Sesuai [7] grafik pengendali EWMA didefinisikan sebagai berikut.

$$Z_i = \lambda X_i + (1 - \lambda)Z_{i-1}, \quad Z_0 = \mu_0 \quad (2.7)$$

X_i ialah nilai pengamatan ke- i , $i = 1, 2, 3, \dots$, dan λ adalah parameter bobot yang bernilai antara nol dan satu, dan μ_0 ialah nilai rata-rata proses. Nilai awal yang dikehendaki merupakan rata-rata proses, $Z_0 = \mu_0$.

Untuk menunjukkan bahwa EWMA Z_i ialah rata-rata terboboti dari semua sampel sebelumnya, maka dilakukan substitusi pada Z_{i-1} , sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} Z_i &= \lambda X_i + (1 - \lambda)Z_{i-1} \\ &= \lambda X_i + (1 - \lambda)\{(\lambda X_{i-1} + (1 - \lambda)Z_{i-2})\} \\ &= \lambda X_i + \lambda(1 - \lambda)X_{i-1} + (1 - \lambda)^2 Z_{i-2} \\ &= \lambda X_i + \lambda(1 - \lambda)X_{i-1} + (1 - \lambda)^2\{(\lambda X_{i-2} + (1 - \lambda)Z_{i-3})\} \\ &= \lambda X_i + \lambda(1 - \lambda)X_{i-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 X_{i-2} + (1 - \lambda)^3 Z_{i-3} \\ &= \lambda X_i + \lambda(1 - \lambda)X_{i-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 X_{i-2} + \lambda(1 - \lambda)^3 X_{i-3} \\ &\quad + \dots + \lambda(1 - \lambda)^{i-1} X_1 + (1 - \lambda)^i Z_0 \end{aligned}$$

EWMA untuk sampel ke- i dapat dituliskan sebagai berikut.

$$Z_i = \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j X_{i-j} + (1 - \lambda)^i Z_0 \quad (2.8)$$

Jika pengamatan $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{i-1}$ diasumsikan independen satu sama lain dengan varian σ^2 , maka varian Z_i dinyatakan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} Var(Z_i) &= Var[\lambda X_i + \lambda(1 - \lambda)X_{i-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 X_{i-2} \\ &\quad + \lambda(1 - \lambda)^3 X_{i-3} + \dots + \lambda(1 - \lambda)^{i-1} X_1 \\ &\quad + (1 - \lambda)^i Z_0] \\ &= Var(\lambda X_i) + Var(\lambda(1 - \lambda)X_{i-1}) \\ &\quad + Var(\lambda(1 - \lambda)^2 X_{i-2}) + Var(\lambda(1 - \lambda)^3 X_{i-3}) + \dots \\ &\quad + Var(\lambda(1 - \lambda)^{i-1} X_1) + Var((1 - \lambda)^i Z_0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lambda^2 \text{Var}(X_i) + (\lambda(1-\lambda))^2 \text{Var}(X_{i-1}) \\
&\quad + (\lambda(1-\lambda)^2)^2 \text{Var}(X_{i-2}) + (\lambda(1-\lambda)^3)^2 \text{Var}(X_{i-3}) \\
&\quad + \dots + (\lambda(1-\lambda)^{i-1})^2 \text{Var}(X_1) \\
&\quad + ((1-\lambda)^i)^2 \text{Var}(Z_0) \\
&= \lambda^2 \text{Var}(X_i) + (\lambda(1-\lambda))^2 \text{Var}(X_{i-1}) \\
&\quad + (\lambda(1-\lambda)^2)^2 \text{Var}(X_{i-2}) + (\lambda(1-\lambda)^3)^2 \text{Var}(X_{i-3}) \\
&\quad + \dots + (\lambda(1-\lambda)^{i-1})^2 \text{Var}(X_1) + 0 \\
&= \lambda^2 \sigma^2 + (\lambda(1-\lambda))^2 \sigma^2 + (\lambda(1-\lambda)^2)^2 \sigma^2 \\
&\quad + (\lambda(1-\lambda)^3)^2 \sigma^2 + \dots + (\lambda(1-\lambda)^{i-1})^2 \sigma^2 \\
&= \sigma^2 [\lambda^2 + (\lambda(1-\lambda))^2 + (\lambda(1-\lambda)^2)^2 + (\lambda(1-\lambda)^3)^2 \\
&\quad + \dots + (\lambda(1-\lambda)^{i-1})^2] \\
&= \sigma^2 \lambda^2 [1 + (1-\lambda)^2 + (1-\lambda)^4 + (1-\lambda)^6 + \dots \\
&\quad + (1-\lambda)^{2(i-1)}]
\end{aligned}$$

$$1 + (1-\lambda) + (1-\lambda)^2 + (1-\lambda)^3 + \dots + (1-\lambda)^{i-1}$$

membentuk deret geometri. Maka jumlahan deret geometri tersebut dapat diperoleh dari rumus sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
S_i &= \frac{a(1-r^i)}{1-r} \\
&= \frac{1(1-(1-\lambda)^{2i})}{1-(1-\lambda)^2} \\
&= \frac{(1-(1-\lambda)^{2i})}{1-(1-2\lambda+\lambda^2)} \\
&= \frac{(1-(1-\lambda)^{2i})}{(2\lambda-\lambda^2)}
\end{aligned}$$

Sehingga

$$\begin{aligned} Var(Z_i) &= \sigma^2 \lambda^2 \frac{(1-(1-\lambda)^{2i})}{(2\lambda-\lambda^2)} \\ &= \sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) (1 - (1-\lambda)^{2i}) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Maka diperoleh batas kendali atas (UCL) dan batas kendali bawah (LCL) grafik EWMA, yaitu:

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_0 + L\sqrt{Var(Z_i)} \\ &= \mu_0 + L\sqrt{\sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) (1 - (1-\lambda)^{2i})} \\ &= \mu_0 + L\sigma\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) (1 - (1-\lambda)^{2i})} \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} LCL &= \mu_0 - L\sqrt{Var(Z_i)} \\ &= \mu_0 - L\sqrt{\sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) (1 - (1-\lambda)^{2i})} \\ &= \mu_0 - L\sigma\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) (1 - (1-\lambda)^{2i})} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Untuk nilai i yang besar, maka $Var(Z_i)$ mendekati nilai

$$\begin{aligned} \lim_{i \rightarrow \infty} Var(Z_i) &= \lim_{i \rightarrow \infty} \sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) (1 - (1-\lambda)^{2i}) \\ &= \sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) \end{aligned}$$

karena $0 < \lambda < 1$, sehingga $\lim_{i \rightarrow \infty} (1 - \lambda)^{2i} = 0$

Sehingga dengan mengambil i yang besar, maka batas kendali atas (UCL) dan batas kendali bawah (LCL) grafik EWMA dinyatakan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 UCL &= \mu + L\sqrt{Var(Z_i)} \\
 &= \mu + L\sqrt{\sigma^2\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} \\
 &= \mu + L\sigma\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

$$\begin{aligned}
 LCL &= \mu - L\sqrt{Var(Z_i)} \\
 &= \mu - L\sqrt{\sigma^2\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} \\
 &= \mu - L\sigma\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

L ialah parameter lebar batas kendali.[8]

Suatu proses *out of control* terjadi jika nilai EWMA Z_i berada diluar batas kendali EWMA, yaitu $Z_i > UCL$ atau $Z_i < LCL$. Dengan demikian, jika pada nilai titik-titik Z_i yang tergambar terjadi kecenderungan ke atas atau ke bawah sehingga nilai Z_i tidak berada dalam batas kendali, hal ini dipandang sebagai fakta bahwa rata-rata proses telah bergeser dan harus dilakukan pencarian terhadap suatu sebab terduga.

2.3 Average Run Length (ARL)

Average Run Length (ARL) adalah rata-rata banyaknya sampel (subgrup) yang harus diamati sampai ditemukan *out of control* yang pertama. ARL dapat digunakan untuk mengukur

kinerja grafik pengendali, termasuk grafik pengendali variabilitas proses multivariat. Semakin kecil ARL, maka semakin kecil pula ekspektasi jumlah sampel yang diperlukan sampai terjadinya sinyal *out of control*. Hal ini berarti semakin kecil ARL, semakin cepat grafik kendali mendeteksi adanya pergeseran [2].

Bagi sembarang grafik pengendali Shewhart, nilai ARL pada kondisi terkendali ialah:

$$ARL = \frac{1}{p} \quad (2.14)$$

dengan p ialah probabilitas bahwa satu titik keluar dari batas pengendali, $p \neq 0$

Pada dasarnya, ARL ialah banyaknya titik sampel yang harus digambarkan sebelum satu titik menunjukkan keadaan tidak terkendali. [7]

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

BAB III

METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan rangkaian proses penelitian yang dilakukan dalam menyusun Tugas Akhir ini. Penelitian merupakan rangkaian proses yang terkait secara sistematis. Setiap tahapan merupakan bagian yang menentukan tahapan selanjutnya. Untuk mencapai tujuan yang diinginkan, maka metode penelitian yang akan dilakukan ialah sebagai berikut.

3.1 Pembangkitan Data

Data yang digunakan pada Tugas Akhir ini ialah data sekunder yang diambil dari Tugas Akhir Hanatri Putri Maratoni yang berjudul “*Analisis Peta Kendali Statistik Multivariat Proses Produksi Kertas HVS 50 Gsm di PT. Kertas Leces (Persero)*”. Data ini merupakan data tingkat keputihan (*whiteness*) kertas HVS 50 gsm yang diambil dari laboratorium PT. Kertas Leces (Persero). Data yang diperoleh merupakan hasil inspeksi harian yang dilakukan setiap 3 jam dan didapatkan data pengamatan sebanyak 54 kali. Data diambil selama 6 hari yaitu pada tanggal 31 Oktober 2006 sampai 5 Nopember 2006. Dari data ini, diperoleh nilai rata-rata (μ_0) dan standar deviasi (σ) proses.

Langkah 1: Penetapan beberapa nilai pergeseran rata-rata (δ_m),
 $m = 1, 2, 3, \dots$

Langkah 2: Hitung perubahan nilai rata-rata (μ_m) dari setiap nilai pergeseran rata-rata dengan menggunakan rumus (2.2)

Langkah 3: Pembangkitan seri data acak terkendali. Masing-masing nilai pergeseran diterapkan pada satu seri data

acak terkendali. Jadi dibangkitkan sebanyak m seri data acak terkendali berdistribusi Normal dengan menggunakan nilai rata-rata (μ_0) dan standar deviasi (σ) proses, masing-masing 100 nilai.

Langkah 4: Pembangkitan rangkaian data acak baru berdistribusi Normal dengan menggunakan nilai rata-rata yang diubah (μ_m) dan standar deviasi (σ) proses, masing-masing 20 nilai. Tujuannya ialah untuk menempatkan rangkaian perubahan rata-rata ini pada seri data terkendali sehingga menunjukkan adanya pergeseran rata-rata.

Langkah 5: Pembangkitan seri perubahan yang akan diuji pada grafik pengendali Cusum dan EWMA. Seri perubahan ialah seri data terkendali yang memuat rangkaian perubahan rata-rata.

3.2 Aplikasi pada Grafik Pengendali Cusum dan EWMA

Selanjutnya, dibuat grafik pengendali Cusum dan EWMA untuk tiap seri perubahan dari nilai pergeseran rata-rata yang telah dibangkitkan pada prosedur sebelumnya. Tujuannya ialah untuk memantau kinerja kedua grafik pengendali dalam mendeteksi pergeseran rata-rata sehingga didapat nilai ARL dari masing-masing grafik. Untuk mendapatkan kinerja grafik pengendali yang lebih efektif maka digunakan pengamatan secara individu dengan ukuran sampel $n = 1$.

Langkah 1: Membuat grafik pengendali Cusum. Hitung nilai Cusum pada pengamatan ke- i , C_i , dengan menggunakan rumus (2.1). Kemudian menetapkan nilai resiko kesalahan tipe I (α) dan tipe II (β) untuk pembentukan V-mask. Jika nilai C_i tidak terletak diantara lengan V-mask, maka proses dikatakan *out of*

control, kemudian hitung ARL dari grafik pengendali Cusum..

Langkah 2: Membuat Grafik pengendali EWMA. Menentukan beberapa nilai parameter λ dan L . Hitung nilai EWMA, Z_i , dengan menggunakan rumus (2.7) dengan μ_0 sebagai nilai awal. Hitung nilai batas kendali atas dan bawah dengan menggunakan rumus (2.10) dan (2.11). Jika nilai Z_i tidak terletak diantara batas kendali atas dan batas kendali bawah, maka proses dikatakan *out of control*. Kemudian hitung ARL dari grafik pengendali EWMA.

3.3 Analisa Kinerja Grafik Pengendali Cusum

Mengamati kemampuan grafik pengendali Cusum dalam mendeteksi tiap pergeseran rata-rata (*out of control*) yang terjadi. Selanjutnya, menghitung ARL dari setiap grafik Cusum yang dibentuk. ARL sebagai parameter kinerja grafik pengendali Cusum, semakin kecil nilai ARL Cusum menunjukkan semakin cepat grafik tersebut dalam mendeteksi tanda *out of control*.

3.4 Analisa Kinerja Grafik Pengendali EWMA

Selanjutnya, pengamatan pada kemampuan grafik pengendali EWMA dalam mendeteksi tiap pergeseran rata-rata yang terjadi serta menghitung ARL dari setiap grafik EWMA yang dibentuk. Semakin kecil nilai ARL EWMA menunjukkan semakin cepat grafik tersebut dalam mendeteksi keadaan *out of control*.

3.5 Analisa Perbandingan Kinerja Grafik Pengendali Cusum dan EWMA

Ukuran perbandingan kinerja grafik pengendali Cusum dan EWMA didasarkan pada kemampuan tiap grafik pengendali dalam mendeteksi ketidak-stabilan (*out of control*) dalam suatu proses sehingga diperoleh nilai ARL dari masing-masing grafik pengendali. Grafik pengendali yang menghasilkan ARL terkecil ialah grafik pengendali yang lebih efektif dalam mendeteksi pergeseran rata-rata proses.

BAB IV

ANALISA DAN PEMBAHASAN

4.1 Pembangkitan Data

Grafik pengendali Cusum dan EWMA dikembangkan karena keterbatasan grafik pengendali Shewhart dalam mendeteksi pergeseran rata-rata yang kecil, yaitu kurang dari $1,5\sigma$. Pada suatu proses dengan nilai target rata-rata yang ingin dicapai ialah T , dan diasumsikan nilai target merupakan rata-rata proses, $T = \mu_0$, pergeseran rata-rata dapat menyimpang ke atas, misalnya $\mu_1 > \mu_0$, atau menyimpang ke bawah, misalnya $\mu_2 < \mu_0$. Jika δ ialah besar pergeseran rata-rata dalam unit standar deviasi, maka δ bernilai positif jika rata-rata bergeser ke atas dan δ bernilai negatif jika rata-rata bergeser ke bawah. Oleh karena itu, pada Tugas Akhir ini dikaji beberapa nilai pergeseran rata-rata antara $-1,5\sigma$ sampai $+1,5\sigma$ untuk diaplikasikan pada grafik pengendali Cusum dan EWMA sehingga diketahui kinerja masing-masing grafik pengendali dalam mendeteksi tiap pergeseran yang terjadi.

Data yang digunakan pada Tugas Akhir ini ialah data sekunder yang diambil dari Tugas Akhir Hanatri Putri Maratoni yang berjudul “*Analisis Peta Kendali Statistik Multivariat Proses Produksi Kertas HVS 50 Gsm di PT. Kertas Leces (Persero)*”. Data ini merupakan data tingkat keputihan (*whiteness*) kertas HVS 50 Gsm yang diambil dari laboratorium PT. Kertas Leces (Persero). Data yang diperoleh merupakan hasil inspeksi harian yang dilakukan setiap 3 jam dan didapatkan data pengamatan sebanyak 54 kali (Lampiran 1). Data diambil selama 6 hari yaitu pada tanggal 31 Oktober 2006 sampai 5 Nopember 2006. Dari data ini diperoleh rata-rata, $\mu_0 = 135,588$ dan standar deviasi proses, $\sigma = 1,864$. Ditetapkan 18 nilai pergeseran yang diamati

beserta perhitungan nilai perubahan rata-rata akibat pergeseran tersebut, dapat dilihat pada Tabel 4.1. Untuk menghitung nilai perubahan rata-rata digunakan persamaan (2.2), karena pengamatan dilakukan secara individu, yaitu ukuran sampel, $n = 1$, maka $\sigma_{\bar{x}} = \sigma$, sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$\delta_m = \frac{\mu_m - \mu_0}{\sigma}$$

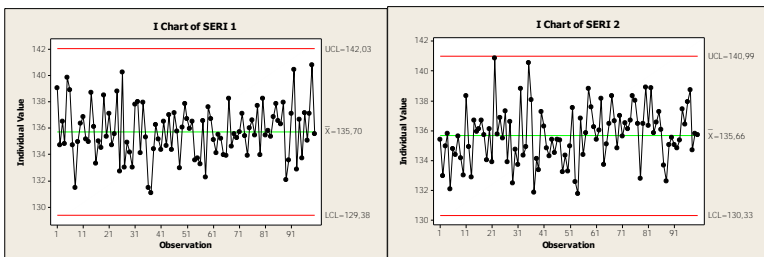
$$\mu_m = \mu_0 + \delta_m \sigma \quad (4.1)$$

Tabel 4.1 Nilai Pergeseran dan Perubahan Rata-rata

m	Pergeseran rata-rata ke- m (δ_m)	Perubahan nilai rata- rata akibat pergeseran ke- m (μ_m)	m	Pergeseran rata-rata ke- m (δ_m)	Perubahan nilai rata- rata akibat pergeseran ke- m (μ_m)
1	$+1,5\sigma$	138,384	10	$-0,5\sigma$	134,656
2	$+1,375\sigma$	138,151	11	$-0,625\sigma$	134,432
3	$+1,25\sigma$	137,918	12	$-0,75\sigma$	134,19
4	$+1,125\sigma$	137,685	13	$-0,875\sigma$	133,957
5	$+1,0\sigma$	137,452	14	$-1,0\sigma$	133,724
6	$+0,875\sigma$	137,219	15	$-1,125\sigma$	133,491
7	$+0,75\sigma$	136,986	16	$-1,25\sigma$	133,258
8	$+0,625\sigma$	136,753	17	$-1,375\sigma$	133,025
9	$+0,5\sigma$	136,52	18	$-1,5\sigma$	132,792

Selanjutnya, dengan menggunakan nilai rata-rata (μ_0) dan standar deviasi proses (σ), dibangkitkan seri data acak terkendali berdistribusi Normal yang telah disediakan oleh *software* Minitab. Untuk tiap nilai pergeseran rata-rata hanya digunakan satu seri data terkendali. Sehingga dibangkitkan 18 seri data terkendali untuk 18 nilai pergeseran, masing-masing 100 nilai. Seri data terkendali dapat dilihat pada Lampiran 2. Untuk menjamin bahwa seri ini terkendali maka digunakan *individual-chart*. Grafik *individual-chart* untuk Seri 1 dan Seri 2 dapat dilihat pada Gambar 4.1

Untuk memperkenalkan adanya pergeseran rata-rata pada seri data terkendali akan dibangkitkan rangkaian data acak berdistribusi Normal menggunakan nilai perubahan rata-rata (μ_m) dan standar deviasi proses (σ), masing-masing 20 nilai. Tujuannya ialah dengan menempatkan rangkaian data dari perubahan nilai rata-rata ini pada seri data terkendali sehingga muncul tanda adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Seri rangkaian perubahan dapat dilihat pada Lampiran 3.



(a) Individual-chart Seri 1

(b) Individual-chart Seri 2

Gambar 4.1 Grafik individual-chart pada Seri 1 dan Seri 2

Rangkaian perubahan 20 nilai ini ditempatkan pada seri data terkendali dalam 10 posisi yang berbeda. Rangkaian pertama ditempatkan pada posisi 1-20, rangkaian kedua pada posisi 11-30, rangkaian ketiga pada posisi 21-40, demikian selanjutnya hingga rangkaian terakhir ditempatkan pada posisi 91-100. Tujuan strategi penempatan rangkaian ini ialah untuk mengetahui pengaruhnya terhadap kinerja masing-masing grafik pengendali jika ketidak-stabilan terjadi di awal, tengah atau akhir proses.

4.2 Penerapan Grafik Pengendali

Grafik pengendali Cusum dan EWMA memberikan kinerja yang sangat efektif ketika pergeseran kecil terjadi dalam suatu proses. Penentuan parameter yang mendukung kinerja kedua grafik didasarkan pada ARL_0 sebagai ukuran perbandingan.

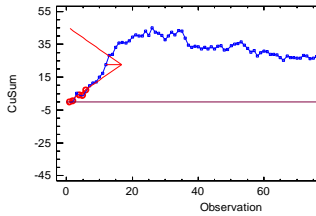
Pada grafik pengendali Cusum, digunakan metode Jhonson untuk mendapatkan nilai ARL_0 dari skema V-mask. Pada skema ini, ARL_0 ditunjukkan pada persamaan (2.6). Dengan menetapkan nilai ARL terkendali, yaitu $ARL_0 \cong 500$ maka diperoleh nilai resiko kesalahan tipe I, $\alpha = 0,001$ dan ditetapkan resiko kesalahan tipe II, $\beta = 0,001$.

Adapun kinerja grafik EWMA ini ditentukan oleh parameter batas kendali L dan parameter bobot λ . Dalam mendeteksi pergeseran yang kecil, pemilihan kedua parameter ini dilakukan agar grafik EWMA memberikan nilai ARL yang mendekati nilai ARL grafik Cusum. Pada grafik Cusum telah ditentukan nilai α untuk menghasilkan $ARL_0 = 500$ dengan menggunakan metode Jhonson. Adapun pada grafik EWMA ditentukan spesifikasi beberapa nilai L dan λ yang berbeda yang menunjukkan bahwa grafik EWMA menghasilkan nilai $ARL_0 \cong 500$. Nilai parameter ini berturut-turut ialah $\lambda = 0,40$ dan $L = 3,054$; $\lambda = 0,25$ dan $L = 2,998$; $\lambda = 0,20$ dan $L = 2,962$; $\lambda = 0,10$ dan $L = 2,814$; $\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$. [6]

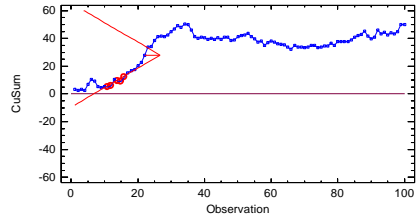
Selanjutnya, menerapkan grafik pengendali Cusum dan EWMA pada tiap seri perubahan dari masing-masing pergeseran rata-rata untuk mendapatkan ARL dari masing-masing grafik. Sesuai [7] ARL dihitung dari posisi rangkaian perubahan ditempatkan hingga munculnya titik *out of control* pertama. Kemudian dilakukan analisa kinerja masing-masing grafik dalam mendeteksi adanya pergeseran rata-rata.

1. Grafik Pengendali Cusum dan EWMA dengan Pergeseran Rata-rata $+1,5\sigma$

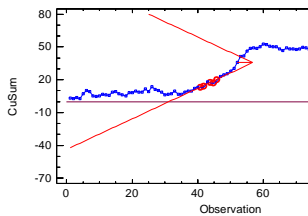
Data seri perubahan pada variasi pergeseran $+1,5\sigma$ ini dibentuk dari Seri 1 dan Rangkaian perubahan $+1,5\sigma$ (lihat Lampiran 1 dan Lampiran 2). Grafik pengendali V-mask pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 4.2



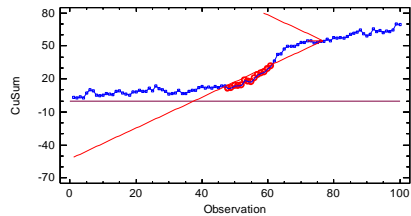
(a) Posisi perubahan 1-20



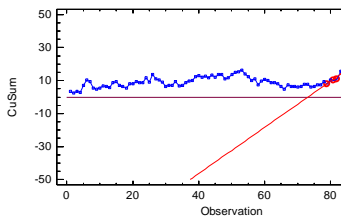
(b) Posisi perubahan 11-30



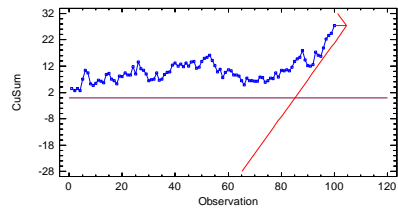
(c) Posisi perubahan 41-60



(d) Posisi perubahan 51-70



(e) Posisi perubahan 81-100



(f) Posisi perubahan 91-100

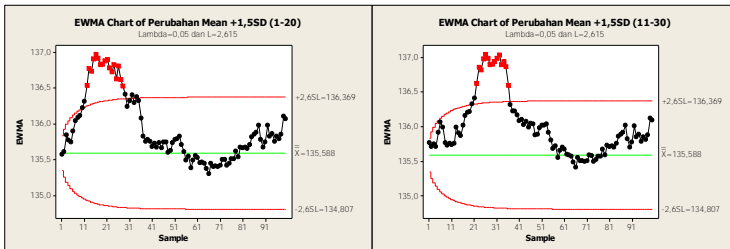
Gambar 4.2 Grafik pengendali Cusum V-mask pada seri perubahan dengan pergeseran rata-rata $+1,5\sigma$

Teramati pada Gambar 4.2 bahwa grafik Cusum V-mask mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.2

Tabel 4.2 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

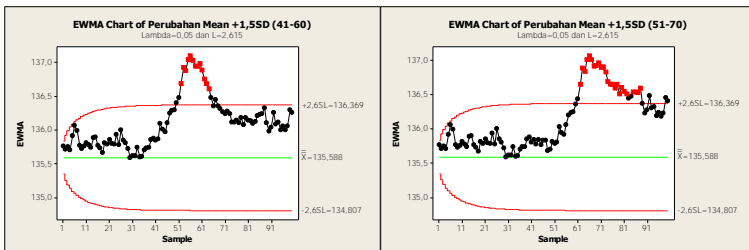
Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	1	51-70	49
11-30	11	61-80	61
21-40	21	71-90	71
31-50	31	81-100	79
41-60	41	91-100	-

Adapun grafik pengendali EWMA untuk nilai parameter $\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$ pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 4.3



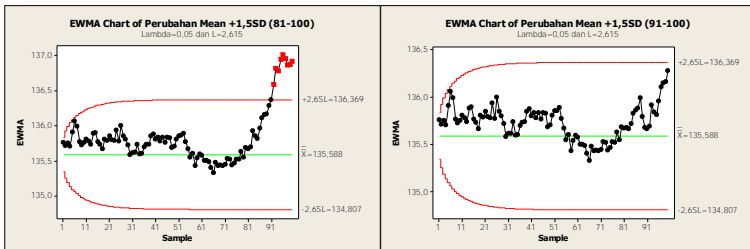
(a) Posisi perubahan 1-20

(b) Posisi perubahan 11-30



(c) Posisi perubahan 41-60

(d) Posisi perubahan 51-70



(e) Posisi perubahan 81-100

(f) Posisi perubahan 91-100

Gambar 4.3 Grafik pengendali EWMA dengan parameter $\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$ pada seri perubahan dengan pergeseran rata-rata $+1,5\sigma$

Teramati pada Gambar 4.3 bahwa grafik EWMA dengan $\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$ mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.3

Tabel 4.3 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	10	51-70	60
11-30	20	61-80	72
21-40	31	71-90	82
31-50	42	81-100	92
41-60	50	91-100	-

Hasil perhitungan ARL Cusum dan EWMA untuk setiap nilai parameter L dan λ dapat dilihat pada Tabel 4.4. Pada masing-masing kolom, dihitung rata-rata ARL. Perhitungan rata-rata sesuai dengan posisi yang menunjukkan titik *out of control*. Rata-rata ARL ini menjadi dasar untuk membandingkan dan menganalisa kinerja grafik pengendali. Kriteria grafik yang paling efektif ialah yang menghasilkan rata-rata ARL terkecil.

Tabel 4.4 ARL Grafik Pengendali Cusum dan EWMA pada Pergeseran Rata-rata $+1,5\sigma$

Posisi Perubahan Rata-rata	Cusum	EWMA				
		L=3,054 $\lambda=0,40$	L=2,998 $\lambda=0,25$	L=2,962 $\lambda=0,20$	L=2,814 $\lambda=0,10$	L=2,615 $\lambda=0,05$
1-20	-1	11	11	11	10	9
11-30	-1	11	11	11	10	9
21-40	-1	11	11	11	10	10
31-50	-1	11	11	11	11	11
41-60	-1	11	11	11	10	9
51-70	-3	11	11	11	10	10
61-80	-1	11	11	11	11	11
71-90	-1	11	11	11	11	11
81-100	-3	11	11	11	10	11
91-100	-	-	-	-	-	-
Rata-rata	-1,4	11	11	11	10,3	10,1

Seluruh grafik menunjukkan tanda *out of control* pada setiap posisi perubahan, kecuali ketika rangkaian perubahan berada pada akhir proses, yaitu posisi 91-100.

Grafik Cusum dapat lebih cepat mendeteksi tanda pergeseran daripada grafik EWMA. 70% grafik Cusum mendeteksi tanda pergeseran pada sampel pertama rangkaian perubahan ditempatkan.

Grafik EWMA dengan $\lambda = 0,4$, $\lambda = 0,25$, $\lambda = 0,20$ menampilkan kinerja yang sama pada tiap posisi. Berbeda dengan $\lambda = 0,10$ dan $0,05$ yang dapat lebih cepat mendeteksi pergeseran pada beberapa grafik posisi perubahan, namun $\lambda = 0,05$ menampilkan kinerja terbaik karena menghasilkan ARL lebih kecil daripada $\lambda = 0,10$

Pada perhitungan rata-rata ARL, dibandingkan kinerja antara Cusum dan EWMA, teramati bahwa grafik Cusum

mendeteksi tanda *out of control* 11,5 sampel lebih cepat daripada grafik EWMA ($\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$).

2. Grafik Pengendali Cusum dan EWMA dengan Pergeseran Rata-rata $+1,375\sigma$

Data seri perubahan pada variasi pergeseran $+1,375\sigma$ ini dibentuk dari Seri 2 dan Rangkaian perubahan $+1,375\sigma$. Grafik pengendali V-mask pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 1 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 1 bahwa grafik Cusum V-mask mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.5

Tabel 4.5 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	1	51-70	50
11-30	8	61-80	56
21-40	19	71-90	65
31-50	30	81-100	78
41-60	38	91-100	89

Adapun grafik pengendali EWMA untuk nilai parameter $\lambda = 0,25$ dan $L = 2,998$ pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 2 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 2 bahwa grafik EWMA dengan $\lambda = 0,25$ dan $L = 2,998$ mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.6

Tabel 4.6 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	4	51-70	56
11-30	15	61-80	63
21-40	25	71-90	74
31-50	35	81-100	82
41-60	42	91-100	95

Hasil perhitungan ARL Cusum dan EWMA untuk setiap nilai parameter L dan λ dapat dilihat pada Tabel 4.7

Tabel 4.7 ARL Grafik Pengendali Cusum dan EWMA pada Pergeseran Rata-rata $+1,375\sigma$

Posisi Perubahan Rata-rata	Cusum	EWMA				
		$L=3,054$ $\lambda=0,40$	$L=2,998$ $\lambda=0,25$	$L=2,962$ $\lambda=0,20$	$L=2,814$ $\lambda=0,10$	$L=2,615$ $\lambda=0,05$
1-20	-1	4	3	3	1	1
11-30	-4	4	4	4	6	7
21-40	-3	4	4	4	4	7
31-50	-2	4	4	4	4	6
41-60	-4	4	1	1	3	4
51-70	-1	4	5	6	7	7
61-80	-6	4	3	3	4	6
71-90	-7	4	3	3	3	4
81-100	-4	1	1	1	1	1
91-100	-3	4	4	4	4	3
Rata-rata	-3,5	3,7	3,2	3,3	3,7	4,6

Grafik Cusum dapat lebih cepat mendeteksi tanda pergeseran daripada grafik EWMA. Grafik Cusum menampilkan kinerja terbaik saat posisi perubahan 71-90, tanda pergeseran terdeteksi 7 sampel sebelum rangkaian perubahan ditempatkan.

Grafik dengan $\lambda = 0,40$ dan $0,10$ menampilkan rata-rata ARL sama meskipun kinerjanya pada tiap posisi berbeda. Kinerja $\lambda = 0,05$ kurang efektif pada tingkat pergeseran ini, sebaliknya

$\lambda = 0,25$ dan $0,20$ menampilkan kinerja yang sama baik, kecuali pada posisi 51-70, $\lambda = 0,25$ dapat lebih cepat mendeteksi pergeseran. Pada tingkat pergeseran ini, $\lambda = 0,25$ menampilkan yang terbaik.

Pada perhitungan rata-rata ARL, dibandingkan kinerja antara Cusum dan EWMA, teramati bahwa grafik Cusum mendeteksi tanda *out of control* 6,7 sampel lebih cepat daripada grafik EWMA ($\lambda = 0,25$ dan $L = 2,998$).

3. Grafik Pengendali Cusum dan EWMA dengan Pergeseran Rata-rata $+1,25\sigma$

Data seri perubahan pada variasi pergeseran $+1,25\sigma$ ini dibentuk dari Seri 3 dan Rangkaian perubahan $+1,25\sigma$. Grafik pengendali V-mask pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 3 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 3 bahwa grafik Cusum V-mask mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.8

Tabel 4.8 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	1	51-70	48
11-30	10	61-80	60
21-40	17	71-90	70
31-50	30	81-100	80
41-60	40	91-100	90

Adapun grafik pengendali EWMA untuk nilai parameter $\lambda = 0,40$ dan $L = 3,054$ pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 4 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 4 bahwa grafik EWMA dengan $\lambda = 0,40$ dan $L = 3,054$ mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.9

Tabel 4.9 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	4	51-70	54
11-30	14	61-80	64
21-40	24	71-90	74
31-50	34	81-100	84
41-60	44	91-100	94

Hasil perhitungan ARL Cusum dan EWMA untuk setiap nilai parameter L dan λ dapat dilihat pada Tabel 4.10

Tabel 4.10 ARL Grafik Pengendali Cusum dan EWMA pada Pergeseran Rata-rata $+1,25\sigma$

Posisi Perubahan Rata-rata	Cusum	EWMA				
		$L=3,054$ $\lambda=0,40$	$L=2,998$ $\lambda=0,25$	$L=2,962$ $\lambda=0,20$	$L=2,814$ $\lambda=0,10$	$L=2,615$ $\lambda=0,05$
1-20	-1	3	3	3	3	3
11-30	-2	3	3	3	6	6
21-40	-5	3	3	1	1	1
31-50	-2	3	7	7	3	3
41-60	-2	3	7	7	7	7
51-70	-4	3	3	3	6	7
61-80	-2	3	7	7	7	9
71-90	-2	3	7	7	7	9
81-100	-2	3	3	3	4	7
91-100	-2	3	7	7	6	6
Rata-rata	-2,4	3	5	4,8	5	5,8

Perkembangan grafik Cusum menampilkan kinerja terbaik saat posisi perubahan 21-40, tanda pergeseran terdeteksi 5 sampel sebelum rangkaian perubahan ditempatkan.

Grafik dengan $\lambda = 0,25$; $\lambda = 0,20$ dan $0,10$ menampilkan kinerja yang hampir sama pada tiap posisi, namun $\lambda = 0,20$ lebih efektif dengan rata-rata ARL yang lebih kecil. Pada tingkat pergeseran ini, kinerja grafik EWMA dengan $\lambda = 0,05$ kurang efektif, berbeda dengan $\lambda = 0,40$ yang memberikan pendeteksian terbaik.

Pada perhitungan rata-rata ARL, dibandingkan kinerja antara Cusum dan EWMA, teramati bahwa grafik Cusum mendeteksi tanda *out of control* 5,4 sampel lebih cepat daripada grafik EWMA ($\lambda = 0,40$ dan $L = 3,054$).

4. Grafik Pengendali Cusum dan EWMA dengan Pergeseran Rata-rata $+1,125\sigma$

Data seri perubahan pada variasi pergeseran $+1,125\sigma$ ini dibentuk dari Seri 4 dan Rangkaian perubahan $+1,125\sigma$. Grafik pengendali V-mask pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 5 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 5 bahwa grafik Cusum V-mask mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.11

Tabel 4.11 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	2	51-70	50
11-30	9	61-80	60
21-40	18	71-90	70
31-50	30	81-100	80
41-60	40	91-100	-

Adapun grafik pengendali EWMA untuk nilai parameter $\lambda = 0,20$ dan $L = 2,814$ pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 6 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 6 bahwa grafik EWMA dengan $\lambda = 0,20$ dan $L = 2,962$ mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.12

Tabel 4.12 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	12	51-70	62
11-30	22	61-80	72
21-40	32	71-90	82
31-50	42	81-100	92
41-60	52	91-100	-

Hasil perhitungan ARL Cusum dan EWMA untuk setiap nilai parameter L dan λ dapat dilihat pada Tabel 4.13

Tabel 4.13 ARL Grafik Pengendali Cusum dan EWMA pada Pergeseran Rata-rata $+1,125\sigma$

Posisi Perubahan Rata-rata	Cusum	EWMA				
		L=3,054 $\lambda=0,40$	L=2,998 $\lambda=0,25$	L=2,962 $\lambda=0,20$	L=2,814 $\lambda=0,10$	L=2,615 $\lambda=0,05$
1-20	1	11	11	11	11	11
11-30	-3	11	11	11	11	11
21-40	-4	11	11	11	11	11
31-50	-2	11	11	11	11	11
41-60	-2	11	11	11	11	14
51-70	-2	11	11	11	11	11
61-80	-2	11	11	11	11	12
71-90	-2	11	11	11	11	11
81-100	-2	11	11	11	11	11
91-100	-	-	-	-	-	-
Rata-rata	-2	11	11	11	11	11,4

70% grafik Cusum mendeteksi tanda pergeseran pada 2 sampel sebelum rangkaian perubahan ditempatkan namun pada

posisi perubahan 21-40, kinerja Cusum dapat lebih cepat, yaitu 4 sampel sebelum diperkenalkan rangkaian perubahan.

Grafik EWMA menampilkan kinerja yang sama pada setiap parameter, kecuali pada $\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$ yang lebih lambat mendeteksi tanda *out of control* pada posisi perubahan 41-60 dan 61-80.

Pada perhitungan rata-rata ARL, dibandingkan kinerja antara Cusum dan EWMA, teramati bahwa grafik Cusum mendeteksi tanda *out of control* 13 sampel lebih cepat daripada grafik EWMA.

5. Grafik Pengendali Cusum dan EWMA dengan Pergeseran Rata-rata $+1,0\sigma$

Data seri perubahan pada variasi pergeseran $+1,0\sigma$ ini dibentuk dari Seri 5 dan Rangkaian perubahan $+1,0\sigma$. Grafik pengendali V-mask pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 7 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 7 bahwa grafik Cusum V-mask mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.14

Tabel 4.14 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	1	51-70	51
11-30	11	61-80	61
21-40	21	71-90	71
31-50	31	81-100	81
41-60	41	91-100	-

Adapun grafik pengendali EWMA untuk nilai parameter $\lambda = 0,10$ dan $L = 2,814$ pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 8 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 8 bahwa grafik EWMA dengan $\lambda = 0,10$ dan $L = 2,814$, mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.15

Tabel 4.15 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	12	51-70	69
11-30	29	61-80	79
21-40	39	71-90	89
31-50	49	81-100	92
41-60	59	91-100	-

Hasil perhitungan ARL Cusum dan EWMA untuk setiap nilai parameter L dan λ dapat dilihat pada Tabel 4.16

Grafik Cusum jauh lebih cepat mendeteksi tanda pergeseran daripada grafik EWMA. Seluruh grafik Cusum mendeteksi pergeseran pada 1 sampel sebelum rangkaian perubahan ditempatkan.

Grafik EWMA dengan $\lambda = 0,4$ tidak dapat mendeteksi pergeseran pada tingkat variasi ini. $\lambda = 0,25$, $\lambda = 0,20$ menampilkan kinerja yang sama pada tiap posisi. Berbeda dengan $\lambda = 0,10$ dan $0,05$ yang dapat lebih cepat mendeteksi pergeseran pada beberapa grafik. $\lambda = 0,10$ menampilkan kinerja terbaik karena menghasilkan ARL lebih kecil daripada $\lambda = 0,05$.

Tabel 4.16 ARL Grafik Pengendali Cusum dan EWMA pada Pergeseran Rata-rata $+1,0\sigma$

Posisi Perubahan Rata-rata	Cusum	EWMA				
		L=3,054 $\lambda=0,40$	L=2,998 $\lambda=0,25$	L=2,962 $\lambda=0,20$	L=2,814 $\lambda=0,10$	L=2,615 $\lambda=0,05$
1-20	-1	-	19	19	11	10
11-30	-1	-	19	19	18	18
21-40	-1	-	19	19	18	19
31-50	-1	-	19	19	18	18
41-60	-1	-	19	19	18	19
51-70	-1	-	19	19	18	19
61-80	-1	-	19	19	18	19
71-90	-1	-	19	19	18	19
81-100	-1	-	19	19	11	18
91-100	-	-	-	-	-	-
Rata-rata	-1	-	19	19	16,4	17,7

Pada perhitungan rata-rata ARL, dibandingkan kinerja antara Cusum dan EWMA, teramati bahwa grafik Cusum mendeteksi tanda *out of control* 17,4 sampel lebih cepat daripada grafik EWMA ($\lambda = 0,10$ dan $L = 2,814$)

6. Grafik Pengendali Cusum dan EWMA dengan Pergeseran Rata-rata $+0,875\sigma$

Data seri perubahan pada variasi pergeseran $+0,875\sigma$ ini dibentuk dari Seri 6 dan Rangkaian perubahan $+0,875\sigma$. Grafik pengendali V-mask pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 9 (Lampiran 4).

Teramati pada Gambar 9 bahwa grafik Cusum V-mask mendeteksi adanya pergeseran rata-rata. Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.17

Tabel 4.17 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	5	51-70	49
11-30	9	61-80	60
21-40	19	71-90	70
31-50	29	81-100	80
41-60	34	91-100	-

Adapun grafik pengendali EWMA untuk nilai parameter $\lambda = 0,10$ dan $L = 2,814$ pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 10 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 10 bahwa grafik EWMA dengan $\lambda = 0,10$ dan $L = 2,814$ mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.18

Tabel 4.18 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	10	51-70	61
11-30	21	61-80	73
21-40	31	71-90	83
31-50	40	81-100	90
41-60	50	91-100	-

Hasil perhitungan ARL Cusum dan EWMA untuk setiap nilai parameter L dan λ dapat dilihat pada Tabel 4.19

Perkembangan grafik Cusum lebih baik daripada EWMA. Grafik posisi perubahan 11-30 mendeteksi tanda *out of control* 7 sampel lebih cepat daripada grafik sebelumnya. Grafik Cusum menampilkan kinerja terbaik saat posisi perubahan 41-60, tanda pergeseran terdeteksi 8 sampel sebelum rangkaian perubahan ditempatkan.

Tabel 4.19 ARL Grafik Pengendali Cusum dan EWMA pada Pergeseran Rata-rata $+0,875\sigma$

Posisi Perubahan Rata-rata	Cusum	EWMA				
		L=3,054 $\lambda=0,40$	L=2,998 $\lambda=0,25$	L=2,962 $\lambda=0,20$	L=2,814 $\lambda=0,10$	L=2,615 $\lambda=0,05$
1-20	4	-	12	10	9	8
11-30	-3	-	12	10	10	10
21-40	-3	-	12	12	10	12
31-50	-3	-	12	10	9	10
41-60	-8	-	12	10	9	10
51-70	-3	-	12	12	10	10
61-80	-2	-	12	12	12	12
71-90	-2	-	12	12	12	14
81-100	-2	-	12	10	10	12
91-100	-	-	-	-	-	-
Rata-rata	-2,4	-	12	10,9	10,1	10,9

Grafik EWMA dengan $\lambda = 0,4$ tidak dapat mendeteksi pergeseran pada tingkat variasi ini. Meskipun kinerja $\lambda = 0,20$ dan $0,05$ berbeda pada beberapa posisi perubahan, tetapi memberikan rata-rata ARL yang sama. Semua grafik EWMA dengan $\lambda = 0,25$ mendeteksi pergeseran pada 12 sampel setelah perubahan. $\lambda = 0,10$ menampilkan kinerja terbaik karena menghasilkan ARL terkecil.

Pada perhitungan rata-rata ARL, dibandingkan kinerja antara Cusum dan EWMA, teramati bahwa grafik Cusum mendeteksi tanda *out of control* 12,5 sampel lebih cepat daripada grafik EWMA ($\lambda = 0,10$ dan $L = 2,814$)

7. Grafik Pengendali Cusum dan EWMA dengan Pergeseran Rata-rata $+0,75\sigma$

Data seri perubahan pada variasi pergeseran $+0,75\sigma$ ini dibentuk dari Seri 7 dan Rangkaian perubahan $+0,75\sigma$. Grafik

pengendali V-mask pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 11 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 11 bahwa grafik Cusum V-mask mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.20

Tabel 4.20 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	-	51-70	-
11-30	-	61-80	-
21-40	15	71-90	59
31-50	-	81-100	-
41-60	-	91-100	-

Adapun grafik pengendali EWMA untuk nilai parameter $\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$ pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 12 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 12 bahwa grafik EWMA dengan $\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$ mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.21

Tabel 4.21 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	-	51-70	-
11-30	-	61-80	-
21-40	-	71-90	85
31-50	45	81-100	95
41-60	47	91-100	-

Hasil perhitungan ARL Cusum dan EWMA untuk setiap nilai parameter L dan λ dapat dilihat pada Tabel 4.22

Tabel 4.22 ARL Grafik Pengendali Cusum dan EWMA pada Pergeseran Rata-rata $+0,75\sigma$

Posisi Perubahan Rata-rata	Cusum	EWMA				
		L=3,054 $\lambda=0,40$	L=2,998 $\lambda=0,25$	L=2,962 $\lambda=0,20$	L=2,814 $\lambda=0,10$	L=2,615 $\lambda=0,05$
1-20	-	-	-	-	-	-
11-30	-	-	-	-	-	-
21-40	-7	-	-	-	-	-
31-50	-	-	-	-	-	14
41-60	-	-	-	-	6	6
51-70	-	-	-	-	-	-
61-80	-	-	-	-	-	-
71-90	-13	-	3	3	3	14
81-100	-	-	-	-	-	14
91-100	-	-	-	-	-	-
Rata-rata	-10	-	3	3	4,5	12

Grafik Cusum tidak mendeteksi tanda pergeseran, kecuali pada 3 posisi perubahan. EWMA dengan $\lambda = 0,25$, $\lambda = 0,20$ dan $\lambda = 0,10$ mendeteksi tanda pergeseran saat posisi perubahan yang sama, kecuali pada 41-60. $\lambda = 0,05$ memberikan kinerja terbaik pada tingkat variasi ini karena memberikan lebih banyak tanda *out of control*.

8. Grafik Pengendali Cusum dan EWMA dengan Pergeseran Rata-rata $+0,625\sigma$

Data seri perubahan pada variasi pergeseran $+0,625\sigma$ ini dibentuk dari Seri 8 dan Rangkaian perubahan $+0,625\sigma$. Grafik pengendali V-mask pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 13 (Lampiran 4). Teramati pada Gambar 13 bahwa grafik Cusum V-mask mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.23

Tabel 4.23 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	1	51-70	-
11-30	10	61-80	56
21-40	20	71-90	-
31-50	-	81-100	80
41-60	-	91-100	-

Adapun grafik pengendali EWMA untuk nilai parameter $\lambda = 0,10$ dan $L = 2,814$ pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 14 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 14 bahwa grafik EWMA dengan $\lambda = 0,10$ dan $L = 2,814$ mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.24

Tabel 4.24 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	15	51-70	65
11-30	25	61-80	75
21-40	35	71-90	85
31-50	45	81-100	95
41-60	55	91-100	-

Hasil perhitungan ARL Cusum dan EWMA untuk setiap nilai parameter L dan λ dapat dilihat pada Tabel 4.25

Grafik Cusum tidak dapat mendeteksi pergeseran pada 50% grafik. Adapun EWMA dapat mendeteksi tanda *out of control* pada 90% grafik, kecuali $\lambda = 0,40$ yang tidak dapat mendeteksi perubahan pada semua posisi perubahan. EWMA dengan $\lambda = 0,25$; $\lambda = 0,20$ dan $\lambda = 0,10$ memberikan kinerja yang sama baik pada tingkat variasi ini.

Tabel 4.25 ARL Grafik Pengendali Cusum dan EWMA pada Pergeseran Rata-rata $+0,625\sigma$

Posisi Perubahan Rata-rata	Cusum	EWMA				
		$L=3,054$ $\lambda=0,40$	$L=2,998$ $\lambda=0,25$	$L=2,962$ $\lambda=0,20$	$L=2,814$ $\lambda=0,10$	$L=2,615$ $\lambda=0,05$
1-20	-1	-	14	14	14	14
11-30	-1	-	14	14	14	16
21-40	-1	-	14	14	14	16
31-50	-	-	14	14	14	14
41-60	-	-	14	14	14	14
51-70	-	-	14	14	14	14
61-80	-5	-	14	14	14	14
71-90	-	-	14	14	14	14
81-100	-1	-	14	14	14	14
91-100	-	-	-	-	-	-
Rata-rata	-1,8	-	14	14	14	14,2

9. Grafik Pengendali Cusum dan EWMA dengan Pergeseran Rata-rata $+0,5\sigma$

Data seri perubahan pada variasi pergeseran $+0,5\sigma$ ini dibentuk dari Seri 9 dan Rangkaian perubahan $+0,5\sigma$. Grafik pengendali Cusum V-mask dan EWMA dengan $\lambda = 0,05$ pada seri perubahan ini, dapat dilihat masing-masing pada Gambar 15 dan Gambar 16 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 15 bahwa grafik Cusum V-mask tidak mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*).

Adapun pada Gambar 16 terlihat bahwa grafik EWMA dengan $\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$ mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.26

Tabel 4.26 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	15	51-70	-
11-30	25	61-80	-
21-40	30	71-90	80
31-50	40	81-100	90
41-60	50	91-100	-

Hasil perhitungan ARL Cusum dan EWMA untuk setiap nilai parameter L dan λ dapat dilihat pada Tabel 4.27

Tabel 4.27 ARL Grafik Pengendali Cusum dan EWMA pada Pergeseran Rata-rata $+0,5\sigma$

Posisi Perubahan Rata-rata	Cusum	EWMA				
		L=3,054 $\lambda=0,40$	L=2,998 $\lambda=0,25$	L=2,962 $\lambda=0,20$	L=2,814 $\lambda=0,10$	L=2,615 $\lambda=0,05$
1-20	-	-	-	-	14	14
11-30	-	-	-	-	14	14
21-40	-	-	-	-	9	9
31-50	-	-	-	-	9	9
41-60	-	-	-	-	14	9
51-70	-	-	-	-	-	-
61-80	-	-	-	-	-	-
71-90	-	-	-	-	9	9
81-100	-	-	-	-	9	9
91-100	-	-	-	-	-	-
Rata-rata	-	-	-	-	11,1	10,4

Pada tingkat variasi ini, tanda *out of control* hanya dapat dideteksi oleh grafik EWMA dengan $\lambda = 0,10$ dan $\lambda = 0,05$. Kinerja grafik EWMA dengan dua parameter ini berbeda saat posisi 41-60, $\lambda = 0,05$ dapat lebih cepat mendeteksi pergeseran dan menampilkan kinerja terbaik dengan rata-rata ARL terkecil.

10. Grafik Pengendali Cusum dan EWMA dengan Pergeseran Rata-rata $-0,5\sigma$

Data seri perubahan pada variasi pergeseran $-0,5\sigma$ ini dibentuk dari Seri 10 dan Rangkaian perubahan $-0,5\sigma$. Grafik pengendali Cusum V-mask dan EWMA dengan $\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$ pada seri perubahan ini, dapat dilihat masing-masing pada Gambar 17 dan Gambar 18 (Lampiran 4)

Tabel 4.28 ARL Grafik Pengendali Cusum dan EWMA pada Pergeseran Rata-rata $-0,5\sigma$

Posisi Perubahan Rata-rata	Cusum	EWMA				
		L=3,054 $\lambda=0,40$	L=2,998 $\lambda=0,25$	L=2,962 $\lambda=0,20$	L=2,814 $\lambda=0,10$	L=2,615 $\lambda=0,05$
1-20	-	-	-	-	-	-
11-30	-	-	-	-	-	-
21-40	-	-	-	-	-	-
31-50	-	-	-	-	-	-
41-60	-	-	-	-	-	-
51-70	-	-	-	-	-	-
61-80	-	-	-	-	-	-
71-90	-	-	-	-	-	-
81-100	-	-	-	-	-	-
91-100	-	-	-	-	-	-
Rata-rata	-	-	-	-	-	-

Teramati pada Gambar 17 dan Gambar 18 bahwa grafik Cusum V-mask dan EWMA tidak dapat mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*).

Hasil perhitungan ARL Cusum dan EWMA untuk setiap nilai parameter L dan λ dapat dilihat pada Tabel 4.28

Seluruh grafik pengendali Cusum dan EWMA tidak mampu mendeteksi adanya pergeseran rata-rata pada tingkat variasi ini.

11. Grafik Pengendali Cusum dan EWMA dengan Pergeseran Rata-rata $-0,625\sigma$

Data seri perubahan pada variasi pergeseran $-0,625\sigma$ ini dibentuk dari Seri 11 dan Rangkaian perubahan $-0,625\sigma$. Grafik pengendali Cusum V-mask dan EWMA untuk $\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$ pada seri perubahan ini, dapat dilihat masing-masing pada Gambar 19 dan Gambar 20 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 19 dan Gambar 20 bahwa grafik Cusum V-mask dan EWMA tidak dapat mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*).

Tabel 4.29 ARL Grafik Pengendali Cusum dan EWMA pada Pergeseran Rata-rata $-0,625\sigma$

Posisi Perubahan Rata-rata	Cusum	EWMA				
		L=3,054 $\lambda=0,40$	L=2,998 $\lambda=0,25$	L=2,962 $\lambda=0,20$	L=2,814 $\lambda=0,10$	L=2,615 $\lambda=0,05$
1-20	-	-	-	-	-	-
11-30	-	-	-	-	-	-
21-40	-	-	-	-	-	-
31-50	-	-	-	-	-	-
41-60	-	-	-	-	-	-
51-70	-	-	-	-	-	-
61-80	-	-	-	-	-	-
71-90	-	-	-	-	-	-
81-100	-	-	-	-	-	-
91-100	-	-	-	-	-	-
Rata-rata	-	-	-	-	-	-

Hasil perhitungan ARL Cusum dan EWMA untuk setiap nilai parameter L dan λ dapat dilihat pada Tabel 4.29

Seluruh grafik pengendali Cusum dan EWMA tidak mampu mendeteksi adanya pergeseran rata-rata pada tingkat variasi ini.

12. Grafik Pengendali Cusum dan EWMA dengan Pergeseran Rata-rata $-0,75\sigma$

Data seri perubahan pada variasi pergeseran $-0,75\sigma$ ini dibentuk dari Seri 12 dan Rangkaian perubahan $-0,75\sigma$. Grafik pengendali V-mask pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 21 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 21 bahwa grafik Cusum V-mask tidak mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Adapun grafik pengendali EWMA untuk nilai parameter $\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$ pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 22 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 22 bahwa grafik EWMA dengan $\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$ mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.30

Tabel 4.30 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	14	51-70	-
11-30	24	61-80	-
21-40	34	71-90	-
31-50	-	81-100	-
41-60	-	91-100	-

Hasil perhitungan ARL Cusum dan EWMA untuk setiap nilai parameter L dan λ dapat dilihat pada Tabel 4.31

Tanda *out of control* hanya terdeteksi oleh grafik EWMA dengan $\lambda = 0,05$ saat 13 sampel setelah rangkaian perubahan ditempatkan.

Tabel 4.31 ARL Grafik Pengendali Cusum dan EWMA pada Pergeseran Rata-rata $-0,75\sigma$

Posisi Perubahan Rata-rata	Cusum	EWMA				
		L=3,054 $\lambda=0,40$	L=2,998 $\lambda=0,25$	L=2,962 $\lambda=0,20$	L=2,814 $\lambda=0,10$	L=2,615 $\lambda=0,05$
1-20	-	-	-	-	-	13
11-30	-	-	-	-	-	13
21-40	-	-	-	-	-	13
31-50	-	-	-	-	-	-
41-60	-	-	-	-	-	-
51-70	-	-	-	-	-	-
61-80	-	-	-	-	-	-
71-90	-	-	-	-	-	-
81-100	-	-	-	-	-	-
91-100	-	-	-	-	-	-
Rata-rata	-	-	-	-	-	13

13. Grafik Pengendali Cusum dan EWMA dengan Pergeseran Rata-rata $-0,875\sigma$

Data seri perubahan pada variasi pergeseran $-0,875\sigma$ ini dibentuk dari Seri 13 dan Rangkaian perubahan $-0,875\sigma$.

Tabel 4.32 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	6	51-70	56
11-30	16	61-80	-
21-40	-	71-90	76
31-50	-	81-100	-
41-60	46	91-100	-

Grafik pengendali Cusum V-mask dan EWMA dengan $\lambda = 0,10$ pada seri perubahan ini, dapat dilihat masing-masing pada Gambar 23 dan Gambar 24 (Lampiran 4)

Tabel 4.33 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	12	51-70	61
11-30	22	61-80	72
21-40	31	71-90	81
31-50	43	81-100	91
41-60	51	91-100	-

Teramati pada Gambar 23 bahwa grafik Cusum V-mask mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.32

Tabel 4.34 ARL Grafik Pengendali Cusum dan EWMA pada Pergeseran Rata-rata $-0,875\sigma$

Posisi Perubahan Rata-rata	Cusum	EWMA				
		L=3,054 $\lambda=0,40$	L=2,998 $\lambda=0,25$	L=2,962 $\lambda=0,20$	L=2,814 $\lambda=0,10$	L=2,615 $\lambda=0,05$
1-20	5	-	11	11	11	11
11-30	5	-	11	11	11	11
21-40	-	-	11	11	10	10
31-50	-	-	11	11	12	10
41-60	5	-	11	11	10	11
51-70	5	-	11	11	10	11
61-80	-	-	11	11	11	12
71-90	5	-	11	11	10	10
81-100	-	-	11	11	10	11
91-100	-	-	-	-	-	-
Rata-rata	5	-	11	11	10,6	10,8

Teramati pada Gambar 24 bahwa grafik EWMA dengan $\lambda = 0,10$ dan $L = 2,814$ mendeteksi adanya pergeseran rata-rata

(*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.33

Hasil perhitungan ARL Cusum dan EWMA untuk setiap nilai parameter L dan λ dapat dilihat pada Tabel 4.34. Grafik Cusum hanya mendeteksi pada 5 grafik posisi perubahan, yaitu saat 5 sampel setelah rangkaian perubahan ditempatkan. Adapun grafik EWMA dengan berbagai spesifikasi λ , dapat mendeteksi 90% grafik posisi perubahan. Penampilan terbaik pada tingkat variasi ini ialah grafik EWMA dengan $\lambda = 0,10$ karena lebih banyak mendeteksi pergeseran dengan ARL terkecil.

14. Grafik Pengendali Cusum dan EWMA dengan Pergeseran Rata-rata $-1,0\sigma$

Data seri perubahan pada variasi pergeseran $-1,0\sigma$ ini dibentuk dari Seri 14 dan Rangkaian perubahan $-1,0\sigma$. Grafik pengendali V-mask pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 25 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 25 bahwa grafik Cusum V-mask mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.35

Tabel 4.35 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	-	51-70	46
11-30	-	61-80	-
21-40	-	71-90	-
31-50	23	81-100	-
41-60	-	91-100	-

Adapun grafik pengendali EWMA untuk nilai parameter $\lambda = 0,10$ dan $L = 2,814$ pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 26 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 26 bahwa grafik EWMA dengan $\lambda = 0,10$ dan $L = 2,814$ mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.36

Tabel 4.36 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	8	51-70	70
11-30	30	61-80	80
21-40	40	71-90	90
31-50	38	81-100	100
41-60	60	91-100	98

Hasil perhitungan ARL Cusum dan EWMA untuk setiap nilai parameter L dan λ dapat dilihat pada Tabel 4.37

Tabel 4.37 ARL Grafik Pengendali Cusum dan EWMA pada Pergeseran Rata-rata $-1,0\sigma$

Posisi Perubahan Rata-rata	Cusum	EWMA				
		$L=3,054$ $\lambda=0,40$	$L=2,998$ $\lambda=0,25$	$L=2,962$ $\lambda=0,20$	$L=2,814$ $\lambda=0,10$	$L=2,615$ $\lambda=0,05$
1-20	-	-	-	-	7	7
11-30	-	-	-	-	19	18
21-40	-	-	-	-	19	19
31-50	-9	-	7	7	7	8
41-60	-	-	-	-	19	19
51-70	-6	-	-	-	19	19
61-80	-	-	-	7	19	19
71-90	-	-	-	-	19	19
81-100	-	-	-	-	19	19
91-100	-	-	7	7	7	8
Rata-rata	-7,5	-	7	7	15,4	15,5

Cusum hanya dapat mendeteksi pergeseran pada 2 grafik posisi perubahan tetapi perkembangan grafik Cusum lebih baik daripada EWMA. Grafik Cusum menampilkan kinerja terbaik

saat posisi perubahan 31-50, tanda pergeseran terdeteksi 9 sampel sebelum rangkaian perubahan ditempatkan.

Grafik EWMA dengan $\lambda = 0,4$ tidak dapat mendeteksi pergeseran pada tingkat variasi ini. Kinerja $\lambda = 0,25$ dan $0,20$ berbeda hanya pada posisi perubahan 61-80. $\lambda = 0,10$ dan $\lambda = 0,05$ menampilkan kinerja yang hampir sama dan mendeteksi semua pergeseran pada grafik, namun $\lambda = 0,10$ mendeteksi 0,01 sampel lebih cepat daripada $\lambda = 0,05$.

15. Grafik Pengendali Cusum dan EWMA dengan Pergeseran Rata-rata $-1,125\sigma$

Data seri perubahan pada variasi pergeseran $-1,125\sigma$ ini dibentuk dari Seri 15 dan Rangkaian perubahan $-1,125\sigma$. Grafik pengendali V-mask pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 27 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 27 bahwa grafik Cusum V-mask mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.38

Tabel 4.38 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	1	51-70	51
11-30	1	61-80	58
21-40	11	71-90	67
31-50	30	81-100	80
41-60	40	91-100	-

Adapun grafik pengendali EWMA untuk nilai parameter $\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$ pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 28 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 28 bahwa grafik EWMA dengan $\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$ mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.39

Tabel 4.39 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	13	51-70	64
11-30	9	61-80	73
21-40	33	71-90	83
31-50	44	81-100	94
41-60	54	91-100	-

Hasil perhitungan ARL Cusum dan EWMA untuk setiap nilai parameter L dan λ dapat dilihat pada Tabel 4.40

Tabel 4.40 ARL Grafik Pengendali Cusum dan EWMA pada Pergeseran Rata-rata -1,125 σ

Posisi Perubahan Rata-rata	Cusum	EWMA				
		L=3,054 $\lambda=0,40$	L=2,998 $\lambda=0,25$	L=2,962 $\lambda=0,20$	L=2,814 $\lambda=0,10$	L=2,615 $\lambda=0,05$
1-20	-1	12	12	12	12	12
11-30	-11	12	12	12	12	8
21-40	-11	12	12	12	12	12
31-50	-2	12	12	12	12	13
41-60	-2	12	12	12	12	13
51-70	-1	12	12	12	12	13
61-80	-4	12	12	12	12	12
71-90	-5	12	12	12	12	12
81-100	-2	12	12	12	12	13
91-100	-	-	-	-	-	-
Rata-rata	-4,3	12	12	12	12	12

Perkembangan grafik Cusum lebih baik daripada EWMA. Grafik Cusum menampilkan kinerja terbaik saat posisi perubahan 11-30, tanda pergeseran terdeteksi 10 sampel sebelum rangkaian

perubahan ditempatkan, jauh berbeda dibanding posisi perubahan sebelumnya.

Grafik EWMA dengan semua nilai λ menampilkan rata-rata ARL yang sama tetapi pada permulaan posisi perubahan, $\lambda = 0,05$ dapat mendeteksi lebih cepat.

Pada perhitungan rata-rata ARL, dibandingkan kinerja antara Cusum dan EWMA, teramati bahwa grafik Cusum mendeteksi tanda *out of control* 16,3 sampel lebih cepat daripada grafik EWMA.

16. Grafik Pengendali Cusum dan EWMA dengan Pergeseran Rata-rata $-1,25\sigma$

Data seri perubahan pada variasi pergeseran $-1,25\sigma$ ini dibentuk dari Seri 16 dan Rangkaian perubahan $-1,25\sigma$. Grafik pengendali V-mask pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 29 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 29 bahwa grafik Cusum V-mask mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.41

Tabel 4.41 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	1	51-70	45
11-30	10	61-80	60
21-40	18	71-90	62
31-50	27	81-100	78
41-60	32	91-100	89

Adapun grafik pengendali EWMA untuk nilai parameter $\lambda = 0,20$ dan $L = 2,962$ pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 30 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 30 bahwa grafik EWMA dengan $\lambda = 0,20$ dan $L = 2,962$, mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.42

Tabel 4.42 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	6	51-70	53
11-30	19	61-80	69
21-40	29	71-90	76
31-50	39	81-100	89
41-60	46	91-100	99

Hasil perhitungan ARL Cusum dan EWMA untuk setiap nilai parameter L dan λ dapat dilihat pada Tabel 4.43

Tabel 4.43 ARL Grafik Pengendali Cusum dan EWMA pada Pergeseran Rata-rata $-1,25\sigma$

Posisi Perubahan Rata-rata	Cusum	EWMA				
		$L=3,054$ $\lambda=0,40$	$L=2,998$ $\lambda=0,25$	$L=2,962$ $\lambda=0,20$	$L=2,814$ $\lambda=0,10$	$L=2,615$ $\lambda=0,05$
1-20	-1	19	5	5	5	5
11-30	-2	19	8	8	8	8
21-40	-4	19	8	8	8	9
31-50	-5	19	8	8	8	9
41-60	-10	19	5	5	8	8
51-70	-7	19	2	2	5	5
61-80	-2	19	8	8	8	8
71-90	-10	19	5	5	5	5
81-100	-4	19	8	8	8	8
91-100	-3	-	8	8	8	8
Rata-rata	-4,8	19	6,5	6,5	7,1	7,3

Grafik Cusum lebih cepat mendeteksi tanda pergeseran daripada grafik EWMA. Grafik Cusum menampilkan kinerja

terbaik saat posisi perubahan 61-80, tanda pergeseran terdeteksi 8 sampel lebih cepat dibanding posisi perubahan sebelumnya.

Grafik dengan $\lambda = 0,25$ dan $0,20$ menampilkan kinerja terbaik dengan rata-rata ARL terkecil dan mendeteksi pergeseran di semua posisi perubahan.

Pada perhitungan rata-rata ARL, dibandingkan kinerja antara Cusum dan EWMA, teramati bahwa grafik Cusum mendeteksi tanda *out of control* 11,3 sampel lebih cepat daripada grafik EWMA ($\lambda = 0,25$ dan $L = 2,998$ atau $\lambda = 0,20$ dan $L = 2,962$).

17. Grafik Pengendali Cusum dan EWMA dengan Pergeseran Rata-rata $-1,375\sigma$

Data seri perubahan pada variasi pergeseran $-1,375\sigma$ ini dibentuk dari Seri 17 dan Rangkaian perubahan $-1,375\sigma$. Grafik pengendali V-mask pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 31 (Lampiran 4)

Teramati pada Gambar 31 bahwa grafik Cusum V-mask mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.44

Tabel 4.44 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	-	51-70	50
11-30	9	61-80	60
21-40	20	71-90	70
31-50	21	81-100	74
41-60	28	91-100	90

Adapun grafik pengendali EWMA untuk nilai parameter $\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$ pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 32 (Lampiran 4)

Tabel 4.45 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	9	51-70	55
11-30	19	61-80	69
21-40	29	71-90	80
31-50	35	81-100	85
41-60	42	91-100	95

Teramati pada Gambar 32 bahwa grafik EWMA dengan $\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$, mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.45

Tabel 4.46 ARL Grafik Pengendali Cusum dan EWMA pada Pergeseran Rata-rata $-1,375\sigma$

Posisi Perubahan Rata-rata	Cusum	EWMA				
		L=3,054 $\lambda=0,40$	L=2,998 $\lambda=0,25$	L=2,962 $\lambda=0,20$	L=2,814 $\lambda=0,10$	L=2,615 $\lambda=0,05$
1-20	-	8	8	8	8	8
11-30	-3	8	8	8	8	8
21-40	-2	8	8	8	8	8
31-50	-11	1	1	1	2	4
41-60	-14	8	8	8	2	1
51-70	-2	8	8	8	8	4
61-80	-2	8	8	8	8	8
71-90	-2	8	8	8	8	9
81-100	-8	8	8	8	5	4
91-100	-2	8	8	8	8	4
Rata-rata	-5,1	7,3	7,3	7,3	6,5	5,8

Hasil perhitungan ARL Cusum dan EWMA untuk setiap nilai parameter L dan λ dapat dilihat pada Tabel 4.46

Grafik Cusum tidak dapat mendeteksi tanda pergeseran dipermulaan proses, namun perkembangan Cusum sangat baik saat posisi perubahan 31-50, yaitu 9 sampel lebih cepat dalam mendeteksi pergeseran dibanding grafik sebelumnya.

Grafik EWMA menampilkan kinerja yang hampir sama pada semua nilai λ tetapi $\lambda = 0,05$ dapat mendeteksi lebih cepat pergeseran yang terjadi ditengah dan diakhir proses. $\lambda = 0,05$ menampilkan kinerja terbaik dengan rata-rata ARL terkecil dan mendeteksi pergeseran di semua posisi perubahan.

Pada perhitungan rata-rata ARL, dibandingkan kinerja antara Cusum dan EWMA, teramati bahwa grafik Cusum mendeteksi tanda *out of control* 10,9 sampel lebih cepat daripada grafik EWMA ($\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$).

18. Grafik Pengendali Cusum dan EWMA dengan Pergeseran Rata-rata $-1,5\sigma$

Data seri perubahan pada variasi pergeseran $-1,5\sigma$ ini dibentuk dari Seri 18 dan Rangkaian perubahan $-1,5\sigma$. Grafik pengendali V-mask pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 33

Teramati pada Gambar 33 bahwa grafik Cusum V-mask mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.47

Tabel 4.47 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	1	51-70	49
11-30	10	61-80	57
21-40	18	71-90	67
31-50	27	81-100	80
41-60	38	91-100	89

Adapun grafik pengendali EWMA untuk nilai parameter $\lambda = 0,40$ dan $L = 3,054$ pada seri perubahan ini, dapat dilihat pada Gambar 34

Tabel 4.48 Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik

Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama	Posisi perubahan	Posisi titik <i>out of control</i> pertama
1-20	2	51-70	52
11-30	13	61-80	62
21-40	22	71-90	72
31-50	32	81-100	83
41-60	42	91-100	93

Teramati pada Gambar 34 bahwa grafik EWMA dengan $\lambda = 0,40$ dan $L = 3,054$ mendeteksi adanya pergeseran rata-rata (*out of control*). Posisi titik *out of control* pertama pada tiap grafik, dapat dilihat pada Tabel 4.48

Tabel 4.49 ARL Grafik Pengendali Cusum dan EWMA pada Pergeseran Rata-rata $-1,5\sigma$

Posisi Perubahan Rata-rata	Cusum	EWMA				
		L=3,054 $\lambda=0,40$	L=2,998 $\lambda=0,25$	L=2,962 $\lambda=0,20$	L=2,814 $\lambda=0,10$	L=2,615 $\lambda=0,05$
1-20	-1	1	1	1	1	1
11-30	-2	2	2	3	5	11
21-40	-4	1	2	2	5	11
31-50	-5	1	1	2	3	11
41-60	-4	1	2	2	3	11
51-70	-3	1	1	2	2	4
61-80	-5	1	1	1	2	2
71-90	-5	1	1	2	2	3
81-100	-2	2	2	2	5	10
91-100	-3	2	2	2	3	5
Rata-rata	-3,4	1,3	1,5	1,9	3,1	6,9

Hasil perhitungan ARL Cusum dan EWMA untuk setiap nilai parameter L dan λ dapat dilihat pada Tabel 4.49

Grafik Cusum menampilkan kinerja terbaik dengan mendeteksi pergeseran 5 sampel sebelum posisi perubahan saat posisi 31-50, 61-80 dan 71-90.

Grafik EWMA dengan $\lambda = 0,05$ kurang efektif untuk mendeteksi perubahan rata-rata dalam tingkat variasi pergeseran rata-rata ini. Kinerja grafik EWMA terbaik ialah dengan $\lambda = 0,40$ karena menampilkan nilai rata-rata ARL terkecil.

Pada perhitungan rata-rata ARL, dibandingkan kinerja antara Cusum dan EWMA, teramati bahwa grafik Cusum mendeteksi tanda *out of control* 4,7 sampel lebih cepat daripada grafik EWMA ($\lambda = 0,40$ dan $L = 3,054$).

4.3 Analisis Kinerja Grafik Pengendali Cusum

Hasil rata-rata ARL dari penerapan seluruh seri perubahan pada grafik pengendali Cusum untuk variasi pergeseran rata-rata $-1,5\sigma$ sampai $+1,5\sigma$ dapat dilihat pada Tabel 4.50. Kolom pertama menunjukkan variasi pergeseran rata-rata dalam standar deviasi, kolom kedua dan ketiga masing-masing menunjukkan rata-rata ARL dan jumlah grafik posisi perubahan yang dapat mendeteksi tanda *out of control* untuk tiap variasi pergeseran pada grafik pengendali Cusum.

Terlihat pada Tabel 4.56, ARL hasil kinerja yang diperoleh dari grafik pengendali Cusum tampak sedikit berbeda jika dibandingkan antara pergeseran kecil positif dengan pergeseran kecil negatif. Pergeseran positif ($+0,5\sigma$ sampai $+1,0\sigma$) lebih sering terdeteksi daripada pergeseran negatif ($-0,5\sigma$ sampai $-1,0\sigma$). Pada tingkat pergeseran rata-rata antara $+1,0\sigma$ sampai $-1,0\sigma$ ini kinerja grafik pengendali Cusum kurang efektif dalam mendeteksi ketidak-stabilan dalam suatu proses. Namun, pada tingkat pergeseran rata-rata lebih dari $1,0\sigma$ grafik pengendali

Cusum sangat sensitif dalam mendeteksi tanda *out of control*, yaitu beberapa sampel sebelum adanya perubahan rata-rata

Tabel 4.50 Hasil rata-rata ARL grafik pengendali Cusum pada pergeseran $-1,5 \sigma$ sampai $+1,5 \sigma$

Pergeseran Rata-rata	Cusum	
	*	**
+1,5	-1,4	9
+1,375	-3,5	10
+1,25	-2,4	10
+1,125	-2	9
+1,0	-1	9
+0,875	-2,4	9
+0,75	-10	3
+0,625	-1,8	4
+0,5	-	-
-0,5	-	-
-0,625	-	-
-0,75	-	-
-0,875	5	5
-1,0	-7,5	2
-1,125	-4,3	9
-1,25	-4,8	10
-1,375	-5,1	9
-1,5	-3,4	10

*ARL **jumlah grafik posisi perubahan yang dapat mendeteksi tanda *out of control*

Secara keseluruhan, grafik Cusum dapat mendeteksi pergeseran pada 60% grafik.

4.4 Analisis Kinerja Grafik Pengendali EWMA

Hasil rata-rata ARL dari penerapan seluruh seri perubahan pada grafik pengendali EWMA dapat dilihat pada Tabel 4.51

Tabel 4.51 Hasil rata-rata ARL grafik pengendali Cusum pada pergeseran $-1,5\sigma$ sampai $+1,5\sigma$

Pergeseran Rata-rata	EWMA									
	L=3,054 $\lambda=0,40$		L=2,998 $\lambda=0,25$		L=2,962 $\lambda=0,20$		L=2,814 $\lambda=0,10$		L=2,615 $\lambda=0,05$	
	*	**	*	**	*	**	*	**	*	**
+1,5	11	9	11	9	11	9	10,3	9	10,1	9
+1,375	3,7	10	3,2	10	3,3	10	3,7	10	4,6	10
+1,25	3	10	5	10	4,8	10	5	10	5,8	10
+1,125	11	9	11	9	11	9	11	9	11,4	9
+1,0	-	-	19	9	19	9	16,4	9	17,7	9
+0,875	-	-	12	9	10,9	9	10,1	9	10,9	9
+0,75	-	-	3	1	3	1	4,5	2	12	4
+0,625	-	-	14	9	14	9	14	9	14,2	9
+0,5	-	-	-	-	-	-	11,1	7	10,4	7
-0,5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-0,625	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-0,75	-	-	-	-	-	-	-	-	13	3
-0,875	-	-	11	9	11	9	10,6	9	10,8	9
-1,0	-	-	7	2	7	3	15,4	10	15,5	10
-1,125	12	9	12	9	12	9	12	9	12	9
-1,25	19	9	6,5	10	6,5	10	7,1	10	7,3	10
-1,375	7,3	10	7,3	10	7,3	10	6,5	10	5,8	10
-1,5	1,3	10	1,5	10	1,9	10	3,1	10	6,9	10

*ARL **jumlah grafik posisi perubahan yang dapat mendeteksi tanda *out of control*

Terlihat pada Tabel 4.51 hasil ARL grafik EWMA dengan $\lambda=0,40$ dan $L=3,054$ menampilkan kinerja yang paling minimal karena hanya dapat mendeteksi tanda *out of control* pada 42,2% dari seluruh grafik posisi perubahan. EWMA dengan $\lambda=0,40$ ini tidak dapat mendeteksi pergeseran rata-rata yang kurang dari $1,125\sigma$.

Tampak berbeda jika dibandingkan dengan ARL EWMA pada parameter $\lambda=0,25$ dan $\lambda=0,20$ yang dapat lebih peka terhadap perubahan rata-rata. Grafik EWMA dengan $\lambda=0,25$ dan

$\lambda=0,20$ ini menampilkan kinerja yang hampir sama, masing-masing dapat mendeteksi pergeseran pada 64,4% dan 65% grafik.

Adapun untuk grafik EWMA dengan $\lambda=0,10$ dan $\lambda=0,05$ menampilkan kinerja terbaik karena sangat peka dalam mendeteksi tanda *out of control* bahkan pada tingkat pergeseran rata-rata yang sangat kecil. Grafik dengan kedua parameter ini masing-masing dapat mendeteksi pergeseran pada 73,3% and 76,1% dari seluruh grafik perubahan posisi yang diujikan. Terlihat pada Tabel 4.57 pada pergeseran rata-rata yang kurang dari 1σ , grafik dengan kedua parameter ini selalu menunjukkan pendeteksian tercepat dengan menghasilkan nilai ARL yang lebih kecil. Hal ini menunjukkan bahwa EWMA dengan $\lambda=0,10$ dan $\lambda=0,05$ ini sangat efektif untuk mendeteksi ketidak-stabilan proses pada variasi pergeseran rata-rata kurang dari 1σ .

4.5 Analisis Perbandingan Kinerja Grafik Pengendali Cusum dan EWMA

Hasil akhir penerapan seri perubahan pada grafik pengendali Cusum dan EWMA untuk variasi pergeseran antara $-1,5\sigma$ sampai $+1,5\sigma$ dapat dilihat pada Tabel 4.52. Nilai yang bercetak tebal menunjukkan grafik yang menampilkan kinerja terbaik pada tiap variasi pergeseran.

Terlihat pada Tabel 4.52 bahwa grafik Cusum selalu memberikan pendeteksian tercepat dan terbaik daripada grafik EWMA dengan berbagai nilai λ pada tingkat pergeseran lebih dari 1σ dengan menghasilkan nilai ARL yang paling kecil, kecuali pada pergeseran negatif -1σ meskipun menghasilkan ARL yang kecil tetapi hanya dapat mendeteksi pergeseran pada 2 grafik posisi perubahan saja.

Tabel 4.52 Hasil Rata-rata ARL grafik Cusum dan EWMA pada pergeseran $-1,5\sigma$ sampai $+1,5\sigma$

Pergeseran Rata-rata	Cusum		EWMA									
			L=3,054 $\lambda=0,40$		L=2,998 $\lambda=0,25$		L=2,962 $\lambda=0,20$		L=2,814 $\lambda=0,10$		L=2,615 $\lambda=0,05$	
	*	**	*	**	*	**	*	**	*	**	*	**
+1,5	-1,4	9	11	9	11	9	11	9	10,3	9	10,1	9
+1,375	-3,5	10	3,7	10	3,2	10	3,3	10	3,7	10	4,6	10
+1,25	-2,4	10	3	10	5	10	4,8	10	5	10	5,8	10
+1,125	-2	9	11	9	11	9	11	9	11	9	11,4	9
+1,0	-1	9	-	-	19	9	19	9	16,4	9	17,7	9
+0,875	-2,4	9	-	-	12	9	10,9	9	10,1	9	10,9	9
+0,75	-10	3	-	-	3	1	3	1	4,5	2	12	4
+0,625	-1,8	4	-	-	14	9	14	9	14	9	14,2	9
+0,5	-	-	-	-	-	-	-	-	11,1	7	10,4	7
-0,5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-0,625	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-0,75	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	13	3
-0,875	5	5	-	-	11	9	11	9	10,6	9	10,8	9
-1,0	-7,5	2	-	-	7	2	7	3	15,4	10	15,5	10
-1,125	-4,3	9	12	9	12	9	12	9	12	9	12	9
-1,25	-4,8	10	19	9	6,5	10	6,5	10	7,1	10	7,3	10
-1,375	-5,1	9	7,3	10	7,3	10	7,3	10	6,5	10	5,8	10
-1,5	-3,4	10	1,3	10	1,5	10	1,9	10	3,1	10	6,9	10

*ARL **jumlah grafik posisi perubahan yang dapat mendeteksi tanda *out of control*

Namun, pada tingkat variasi yang kurang dari 1σ , grafik EWMA dapat lebih peka daripada grafik Cusum. EWMA dengan $\lambda=0,10$ dan $\lambda=0,05$ lebih sering mendeteksi adanya pergeseran rata-rata. Pada tingkat variasi pergeseran kurang dari 1σ ini, dilakukan perbandingan jumlah grafik posisi perubahan yang terdeteksi oleh grafik pengendali Cusum dan EWMA untuk $\lambda = 0,10$ dan $\lambda = 0,05$ dengan menggunakan uji hipotesa perbedaan antara dua proporsi sebagai berikut.

1. Uji hipotesa perbedaan antara grafik Cusum dan EWMA dengan $\lambda = 0,10$ pada pergeseran antara $+1,0\sigma$ sampai $-1,0\sigma$

n_1 = jumlah grafik EWMA ($\lambda = 0,10$)=100

n_2 = jumlah grafik Cusum =100

p_1 = proporsi jumlah grafik EWMA ($\lambda = 0,10$) yang mendeteksi tanda *out of control*=55/100

p_2 = proporsi jumlah grafik Cusum yang mendeteksi tanda *out of control*=32/100

$$\hat{p} = \frac{n_1 p_1 + n_2 p_2}{n_1 + n_2} = 0,435$$

Hipotesis: $H_0: p_1 = p_2$

$$H_1: p_1 \neq p_2$$

Tingkat signifikan, $\alpha=5\%=0,05$

Daerah penolakan H_0 berada pada $|z_0| > z_{\alpha/2}$. Nilai Tabel Apendix A-3 untuk $z_{0,05/2} = 1,96$ jadi daerah penolakan H_0 berada pada $z_0 < -1,96$ atau $z_0 > 1,96$

$$\text{Uji statistik: } z_0 = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = 3,29$$

$z_0 = 3,29$ berada pada daerah penolakan H_0 maka H_0 ditolak.

2. Uji hipotesa perbedaan antara grafik Cusum dan EWMA dengan $\lambda = 0,05$ pada pergeseran antara $+1,0\sigma$ sampai $-1,0\sigma$

n_3 = jumlah grafik EWMA ($\lambda = 0,05$)=100

n_2 = jumlah grafik Cusum =100

p_3 = proporsi jumlah grafik EWMA ($\lambda = 0,05$) yang mendeteksi tanda *out of control*=60/100

p_2 = proporsi jumlah grafik Cusum yang mendeteksi tanda *out of control*=32/100

$$\hat{p} = \frac{n_3 p_3 + n_2 p_2}{n_3 + n_2} = 0,46$$

Hipotesis: $H_0: p_3 = p_2$

$$H_1: p_3 \neq p_2$$

Tingkat signifikan, $\alpha=5\%=0,05$

Daerah penolakan H_0 berada pada $|z_0| > z_{\alpha/2}$. Nilai Tabel Apendix A-3 untuk $z_{0,05/2} = 1,96$ jadi daerah penolakan H_0 berada pada $z_0 < -1,96$ atau $z_0 > 1,96$

$$\text{Uji statistik: } z_0 = \frac{p_3 - p_2}{\sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_2}\right)}} = 4$$

$z_0 = 4$ berada pada daerah penolakan H_0 maka H_0 ditolak.

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa pada tingkat signifikan $\alpha=0,05$ grafik pengendali EWMA dengan parameter $\lambda = 0,10; L = 2,814$ dan $\lambda = 0,05; L = 2,615$ berbeda secara signifikan dari grafik pengendali Cusum dengan menampilkan kinerja terbaik pada perubahan rata-rata kurang dari 1σ .

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Setelah menerapkan grafik pengendali Cusum dan EWMA pada beberapa seri perubahan yang mencakup nilai pergeseran rata-rata antara $+1,5\sigma$ sampai $-1,5\sigma$ dan dilakukan analisa pada kinerja kedua grafik pengendali dalam mendeteksi tanda *out of control*, maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Pada variasi perubahan antara $+1,0\sigma$ sampai $-1,0\sigma$ grafik pengendali Cusum lebih peka terhadap pergeseran positif ($+0,5\sigma$ sampai $+1,0\sigma$) daripada pergeseran negatif ($-0,5\sigma$ sampai $-1,0\sigma$) yang ditunjukkan dengan lebih banyaknya jumlah grafik posisi perubahan yang mendeteksi pergeseran pada variasi pergeseran positif ini. Adapun pada variasi perubahan rata-rata $1\sigma \leq \delta \leq 1,5\sigma$ grafik pengendali Cusum sangat sensitif dalam mendeteksi tanda *out of control*, yaitu beberapa sampel sebelum adanya perubahan rata-rata.
2. Kinerja grafik pengendali EWMA dengan $\lambda = 0,40$; $\lambda = 0,25$ dan $\lambda = 0,20$ kurang efektif dalam mendeteksi rata-rata yang kurang dari $1,0\sigma$ yang ditunjukkan dengan sedikit grafik yang dapat mendeteksi pergeseran pada tingkat variasi ini. Adapun untuk EWMA dengan $\lambda = 0,10$ dan $\lambda = 0,05$ menampilkan kinerja terbaik pada tingkat variasi kurang dari 1σ karena dapat mendeteksi adanya pergeseran yang kecil.
3. Perbandingan kinerja grafik pengendali Cusum dan EWMA terhadap pergeseran rata-rata yang kecil, pada pergeseran rata-rata antara $1,0\sigma$ sampai $1,5\sigma$ grafik pengendali yang efektif dan memberikan kinerja terbaik ialah grafik pengendali Cusum. Adapun pada pergeseran rata-rata kurang dari $1,0\sigma$

grafik pengendali EWMA menampilkan pendeteksian yang lebih baik daripada Cusum.

5.2 Saran

Saran yang dapat diberikan pada penelitian berikutnya ialah menganalisa kinerja grafik pengendali Cusum dan EWMA untuk ukuran sampel $n > 1$ juga mempertimbangkan pengaruh perubahan nilai batas kendali dan ARL.